FYUGP/2nd Sem/25(NEP)New

2025

Four Year Under Graduate Programme (FYUGP)

2nd Semester Examination (Under NEP)

(New Session 2024-25)

PHYSICS (Major)

Paper Code : PHSMJ DC-201

(Mathematical Physics-I)

Full Marks : 30 Time : Two Hours

The figures in the margin indicate full marks.
Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

1. Answer any *six* questions : 1×6=6

(a) Test whether the given differential equation is an exact or not?

$$2(y+1)e^x dx + 2(e^x - 2y)dy = 0.$$

(b) Write down the transformation equations for spherical coordinates.

(c) Write down the formula for the line element in curvilinear coordinates.

(d) Find out vector along a certain direction in terms of its direction cosines (l, m, n).

P.T.O.

(e) It is represented that $\vec{\nabla}.\vec{B}=0$, where B is a magnetic induction. What is the physical significance of this?

(f) Define a Dirac delta function and state one of its key properties.

(g) Find the value of $\int_s \vec{r}.d\vec{s}$ where $\vec{r}$ is the position vector of any point on the closed surface.

(h) Find the integrating factor for differential equation:

$$\frac{dy}{dx}+y\cot x=2\cos x.$$

2. Answer any *three* questions: 3×3=9

(a) A force vector is $\vec{F}=2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$, acting at a point. The position vector of this point is $\vec{r}=5\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}$. Calculate the torque acting at that point.

(b) If $r^n\vec{r}$ is solenoidal vector, find the value of n.

(c) Find the value of $\int \vec{B}\times\frac{d^2\vec{B}}{dt^2}dt$.

(d) Evaluate $\int_2^6(2x^2-3x-1)\delta(x-3)dx$.

(e) Use the Wronskian determinant, check whether the following functions are linearly independent or not:

$e^x\cos x,\ e^x\sin x$.

3. Answer any *three* questions: 5×3=15

(a) Prove that the cylindrical coordinate system is orthogonal.

(b) Show that the area bounded by a simple closed curve C is given by $\frac{1}{2}\oint_C(xdy-ydx)$ and also find the area of a circle is πr^2. 2½+2½

(c) State Gauss divergence theorem, hence proved that for two scalar functions, ϕ and ψ, $\oint_S \phi\vec{\nabla}\psi.d\vec{s}=\int_V \phi\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}\psi)dV+\int_V \vec{\nabla}\phi.\vec{\nabla}\psi\,dV$ where V is the volume enclosed by S. 2+3

(d) *ABCD* is a square in the plane. The x, y coordinate of A, B, C and D are (0, 0), (a, 0), (a, a), and (0, a) respectively. Show that the line integral of a vector $\vec{F}=(2xy+z^3)\hat{i}+x^2\hat{j}+3xz^2\hat{k}$ over *ABCDA*.

(e) Solve the equation $y''-2y'+y=4e^{3x}+x$ subject to the boundary condition $y=0, y'=0$ at $x=0$.

বঙ্গানুবাদ

বিভাগ-ক

1. যে-কোনো **ছয়টি** প্রশ্নের উত্তর দাও : 1×6=6

(a) প্রদত্ত অবকল সমীকরণটি এক্স্যাট (exact) কি না দেখাও।
$2(y+1)e^x dx + 2(e^x - 2y)dy = 0$.

(b) গোলীয় স্থানাঙ্কের প্রতিস্থাপন সমীকরণগুলি লেখো।

(c) একটি ক্ষুদ্র পরিমাণ দৈর্ঘ্য (line element)-কে curvilinear স্থানাঙ্কে প্রকাশ করো।

(d) একটি নির্দিষ্ট দিকের ভেক্টরকে তার দিক কোসাইনের (l, m, n) সাপেক্ষে নির্ণয় করো।

(e) $\vec{B}$ একটি চৌম্বকীয় আবেশ হলে এটিকে উপস্থাপন করা হয় $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$। এর ভৌত তাৎপর্য ব্যাখ্যা করো।

(f) একটি ডিরাক ডেল্টা ফাংশন সংজ্ঞা দাও এবং এর একটি মূল বৈশিষ্ট্য উল্লেখ করো।

(g) $\int_s \vec{r}.d\vec{s}$ এর মান নির্ণয় করো যেখানে $\vec{r}$ হলো বদ্ধ পৃষ্ঠের যে-কোনো বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর।

(h) $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2\cos x$ ডিফারেনশিয়াল সমীকরণের জন্য ইন্টিগ্রেটিং ফ্যাক্টরটি নির্ণয় করো।

2. যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3×3=9

(a) একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল একটি বল ভেক্টর হলো $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$, যার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$। ঐ বিন্দুটিতে ক্রিয়াশীল ভ্রামকের মান নির্ণয় করো।

(b) যদি $r^n\vec{r}$ সোলেনয়েডাল ভেক্টর হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় করো।

(c) মান নির্ণয় করো $\int \vec{B} \times \frac{d^2\vec{B}}{dt^2} dt$.

(d) মান নির্ণয় করো $\int_2^6 (2x^2 - 3x - 1)\delta(x-3)dx$.

(e) Wronskian determinant ব্যবহার করে পরীক্ষা করো যে নিম্নলিখিত ফাংশনগুলি রৈখিকভাবে স্বাধীন কিনা : $e^x \cos x, e^x \sin x$.

3. যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : 5×3=15

(a) প্রমাণ করো যে নলাকার স্থানাঙ্ক পদ্ধতিটি লম্ব (orthogonal)।

(b) দেখাও যে, একটি সাধারণ বদ্ধ বক্ররেখা C দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2}\oint_C (xdy - ydx)$ এবং সঙ্গে প্রমাণ করো যে, একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল πr^2. 2½+2½

(c) গাউসের ডাইভারজেন্স সূত্রটি বিবৃত করো। এর থেকে প্রমাণ করো যে, দু'টি স্কেলার ফাংশন, ϕ এবং ψ, এর জন্য $\oint_S \phi\vec{\nabla}\psi.d\vec{s} = \int_V \phi\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}\psi)dV + \int_V \vec{\nabla}\phi.\vec{\nabla}\psi\, dV$ হবে যেখানে V হলো S দ্বারা আবদ্ধ আয়তন। 2+3

P.T.O.

(d) $ABCD$ হলো সমতলে একটি বর্গক্ষেত্র। A, B, C এবং D এর x, y স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(0, 0)$, $(a, 0)$, (a, a), এবং $(0, a)$। একটি ভেক্টর

$\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ $ABCDA$ এর উপর সমাকলন রেখার মান নির্ণয় করো।

(e) $x = 0$ এ $y = 0, y' = 0$ সীমানা শর্ত সাপেক্ষে $y'' - 2y' + y = 4e^{3x} + x$ সমীকরণটি সমাধান করো।